2023（令和５）年度　福岡女子大学　一般選抜個別学力検査

〔 前期日程試験問題 〕

【国際教養学科】

数　学

【 90分 】

注意事項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　問題は５ページから13ページにあります。問題は全部で**５題**です。

3　解答用紙には裏にも解答欄があります。

4　問題の小問がある場合は，(1)，(2)，(3)，…のように小問番号を各自で解答用紙に明記してください。

5　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

6　試験開始と同時に解答用紙の**受験番号欄に受験番号を記入**してください。

7　試験終了後，**問題冊子は持ち帰ってください。**

$\boxed{1}$ 高校生 500 人に国語・数学・英語それぞれについて得意であるか得意でないかを尋ね，以下の表のような集計結果が得られたとする．表において，○はその科目が得意であること，×は得意でないことを示している．例えば，人数が x_1 となっている行は国語のみが得意であると答えた人が x_1 人いたことを表している．このとき，以下の問に答えなさい．

国語	数学	英語	人数
×	×	×	x_0
○	×	×	x_1
×	○	×	x_2
×	×	○	x_3
○	○	×	x_4
×	○	○	x_5
○	×	○	x_6
○	○	○	x_7

(1) 国語，数学，英語のうち 1 科目以上が得意であると答えた人数を $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ を用いて表しなさい．

(2) 国語が得意であると答えた人数を J，数学が得意であると答えた人数を M，英語が得意であると答えた人数を E とする．J, M, E をそれぞれ $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ を用いて表しなさい．

(3) 国語が得意であると答えた人数は 240 人，数学が得意であると答えた人数は 285 人，英語が得意であると答えた人数は 222 人，3 科目とも得意でないと答えた人数は 50 人，3 科目とも得意であると答えた人数は 25 人であったとする．このとき，2 科目のみが得意で 1 科目が得意でないと答えた人数を求めなさい．

（下書き用紙）

試験問題は次に続く。

$\boxed{2}$ 座標平面上の原点 O，円 $x^2+y^2=1$ 上を動く点 P，円 $(x-2)^2+(y-2\sqrt{3})^2=1$ 上を動く点 Q がある．以下の問に答えなさい．

(1) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ の最大値を求めなさい．また，その時の点 P と点 Q の座標の組を求めなさい．

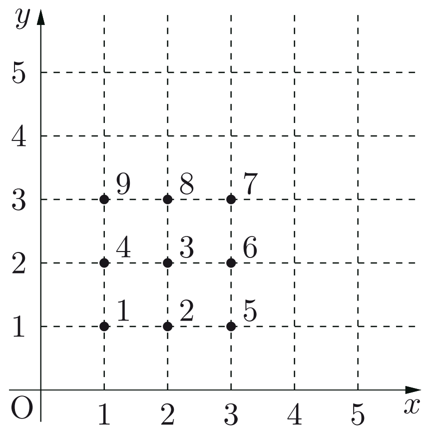
(2) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ の最小値を求めなさい．また，その時の点 P と点 Q の座標の組を求めなさい．

(3) 点 O，P，Q が一直線上にないとき，三角形 OPQ の面積の最大値を求めなさい．また，その時の点 P と点 Q の座標の組を全て求めなさい．

（下書き用紙）

試験問題は次に続く。

$\boxed{3}$ 座標平面上の $x>0$，$y>0$ である格子点（x 座標と y 座標がともに整数である点）に，図のように 1 から順番に自然数を配置していき，10 以降の自然数も同様のルールで配置していく． 以下の問に答えなさい．



(1) 1 以上の整数 n に対し，格子点 $(n,1)$ に配置された自然数を n を用いた式で表しなさい．

(2) 160 が配置される格子点の座標を求めなさい．

(3) 1 以上の整数 n に対し，格子点 $(1,1)$，$(2,1)$，$(3,1)$，$\cdots$，$(n,1)$ に配置された n 個の自然数の和を n を用いて表しなさい．

(4) 2 以上の整数 n に対し，$2 \leqq i \leqq n$ かつ $2 \leqq j \leqq n$ を満たす全ての格子点 (i,j) に配置された自然数の和を n を用いて表しなさい．

（下書き用紙）

試験問題は次に続く。

$\boxed{4}$ 正八角形 $A_1A_2\cdots A_8$ がある．一方，8 枚のカードがあり，1 枚目から順に $A_1, A_2, \cdots, A_8$ と書かれている．これらのカードの中から 3 枚を無作為に選び，正八角形 $A_1A_2\cdots A_8$ において，選ばれたカードに書かれた記号に対応する頂点を結んで三角形を作る．このとき，以下の問に答えなさい．

(1) 作られた三角形が直角三角形となるカードの選び方の総数を求めなさい．

(2) 作られた三角形が正八角形 $A_1A_2\cdots A_8$ と 2 辺を共有するカードの選び方の総数を求めなさい．

(3) 作られた三角形が二等辺三角形となるカードの選び方の総数を求めなさい．

(4) 作られた三角形が二等辺三角形であったとき，その三角形が正八角形 $A_1A_2\cdots A_8$ と辺を共有していない条件付き確率を求めなさい．

(5) 8 枚のカードから 3 枚を無作為に選んで三角形を作り，さらに残りの 5 枚のカードから無作為に 3 枚選び，三角形をもう 1 つ作る．作られた 2 つの三角形の一部が重なる確率を求めなさい．

（下書き用紙）

試験問題は次に続く。

$\boxed{5}$ t は定数で，$0<t<1$ のとき，関数 $f(x)=x(x-1)(x-t)$ によって与えられる座標平面上の曲線 $y=f(x)$ を考え，この曲線を C とする．点 $\mathrm{P}(1,0)$ を通る曲線 C の 2 つの接線のうち，点 P における接線を ℓ_1，ℓ_1 でないものを ℓ_2 とし，y 軸と ℓ_1, ℓ_2 の交点をそれぞれ A, B とする．このとき，以下の問に答えなさい．

(1) 定積分 $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx$ の値を t の式で表しなさい．

(2) 曲線 C 上の 点 $(a, f(a))$ における接線の方程式を t, a を用いた式で表しなさい．

(3) 接線 ℓ_1 の方程式を t を用いた式で表しなさい．

(4) $\triangle\mathrm{PAB}$ が $\mathrm{PA}=\mathrm{PB}$ である二等辺三角形となるとき，t の値を求めなさい．

(5) 接線 ℓ_2 と曲線 C の接点を Q とする．(4) のとき，曲線 C，y 軸，線分 BQ で囲まれた部分の面積と，曲線 C，線分 PQ で囲まれた部分の面積の和を求めなさい．